PAPER-1 (B.E./B. TECH.)

JEE (Main) 2020

COMPUTER BASED TEST (CBT)

Memory Based Questions & Solutions

Date: 09 January, 2020 (SHIFT-1) | TIME : (9.30 am to 12.30 pm)

Duration: 3 Hours | Max. Marks: 300

SUBJECT : MATHEMATICS

T

PART : MATHEMATICS

SECTION – 1

Straight Objective Type (सीधे वस्तुनिष्ठ प्रकार)

This section contains **20 multiple choice questions.** Each question has 4 choices (1), (2), (3) and (4) for its answer, out of which **Only One** is correct.

इस खण्ड में **20 बहु–विकल्पी प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न के 4 विकल्प (1), (2), (3) तथा (4) हैं, जिनमें से **सिर्फ एक सही** है।

1. Find the number of solution of $\log_{1/2}|\sin x| = 2 - \log_{1/2}|\cos x|$, $x \in [0,2\pi]$

$x\in[0,2\pi]$ में $\log_{1/2}|\sin x| = 2 - \log_{1/2}|\cos x|$ के हलों की संख्या है–

(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8

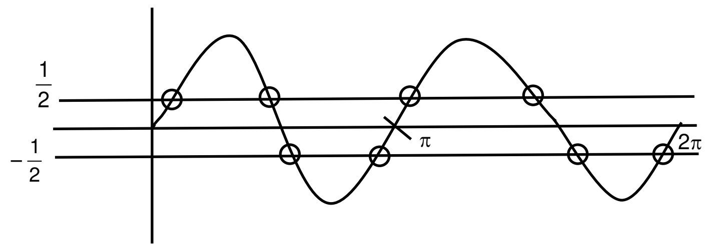
Ans. **(4)**

Sol. $\log_{1/2}|\sin x| = 2 - \log_{1/2}|\cos x|$

$\log_{1/2}|\sin x\cos x| = 2$

$|\sin x \cos x| = \frac{1}{4}$

$\sin 2x = \pm\frac{1}{2}$



Number of solution हलों की संख्या = 8.

2. If e_1 and e_2 are eccentricities of $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{4}=1$ and $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$, respectively and if the point (e_1, e_2) lies on ellipse $15x^2 + 3y^2 = k$. Then find value of k

यदि e_1 तथा e_2 क्रमशः $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{4}=1$ तथा $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ की उत्केन्द्रताऐं है तथा बिन्दु (e_1, e_2) दीर्घवृत्त $15x^2 + 3y^2 = k$ पर स्थित है तो k का मान है–

(1) 14 (2) 15 (3) 16 (4) 17

Ans. **(3)**

Sol. $e_1 = \sqrt{1-\frac{4}{18}} = \sqrt{\frac{7}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$e_2 = \sqrt{1+\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$

$15e_1^2+3e_2^2=k \Rightarrow$ $k = 15\left(\frac{7}{9}\right)+3\left(\frac{13}{9}\right)$ $\therefore$ $k = 16$

3. Find integration $\int \frac{dx}{(x-3)^{6/7}.(x+4)^{8/7}}$

समाकलन $\int \frac{dx}{(x-3)^{6/7}.(x+4)^{8/7}} =$

(1) $\left(\frac{x-3}{x+4}\right)^{\frac{1}{7}} + c$ (2) $7\left(\frac{x-3}{x+4}\right)^{\frac{1}{7}} + c$ (3) $7\left(\frac{x-3}{x+4}\right)^{\frac{6}{7}} + c$ (4) $7\left(\frac{x+4}{x-3}\right)^{\frac{6}{7}} + c$

Ans. **(1)**

Sol. $\int \left(\frac{x-3}{x+4}\right)^{\frac{-6}{7}} \frac{1}{(x+4)^2} dx$

Let $\frac{x-3}{x+4} = t^7$,

$\frac{7}{(x+4)^2} dx = 7t^6 dt$

$\int t^{-6} t^6 dt = t + c$

4. If $\left|\frac{z-i}{z+2i}\right| = 1$, $|z| = \frac{5}{2}$ then value of $|z + 3i|$ is

यदि $\left|\frac{z-i}{z+2i}\right| = 1$, $|z| = \frac{5}{2}$ तो $|z + 3i|$ का मान है–

(1) $\frac{7}{2}$ (2) $\sqrt{10}$ (3) $\sqrt{5}$ (4) $\sqrt{3}$

Ans. **(1)**

Sol. $x^2 + (y-1)^2 = x^2 + (y+2)^2$

$-2y + 1 = 4y + 4$

$6y = -3 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$

$x^2 + y^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{24}{4} = 6$

$\Rightarrow \quad z = \pm \sqrt{6} - \frac{i}{2}$

$|z + 3i| = \sqrt{6 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}}$

$|z + 3i| = \frac{7}{2}$

5. $2^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{16}} 8^{\frac{1}{48}} \cdot$ ………….. $\infty =$

(1) $\sqrt{2}$ (2) 2 (3) $2^{\frac{1}{4}}$ (4) 1

Ans. **(1)**

Sol. $2^{\frac{1}{4}+\frac{2}{16}+\frac{3}{48}+\ldots\ldots\ldots\ldots\infty}$

$= 2^{\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots\ldots\ldots\ldots\infty} = \sqrt{2}$

6. Value of $\cos^3\frac{\pi}{8}\cos\frac{3\pi}{8}+\sin^3\frac{\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8}$ is

$\cos^3\frac{\pi}{8}\cos\frac{3\pi}{8}+\sin^3\frac{\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8}$ का मान है–

(1) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{2}$

Ans. **(1)**

Sol. $\cos^3\frac{\pi}{8}\left[4\cos^3\frac{\pi}{8}-3\cos\frac{\pi}{8}\right]+\sin^3\frac{\pi}{8}\left[3\sin\frac{\pi}{8}-4\sin^3\frac{\pi}{8}\right]$

$= 4\cos^6\frac{\pi}{8}-4\sin^6\frac{\pi}{8}-3\cos^4\frac{\pi}{8}+3\sin^4\frac{\pi}{8}$

$= 4\left[\left(\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}\right)\right]\left[\left(\sin^4\frac{\pi}{8}+\cos^4\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8}\cos^2\frac{\pi}{8}\right)\right]-3\left[\left(\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}\right)\right]$

$= \cos\frac{\pi}{4}\left[4\left(1-\sin^2\frac{\pi}{8}\cos^2\frac{\pi}{8}\right)-3\right] = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[1-\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

7. Find the value of $\int_0^{2\pi}\frac{x\sin^8 x}{\sin^8 x+\cos^8 x}dx$

$\int_0^{2\pi}\frac{x\sin^8 x}{\sin^8 x+\cos^8 x}dx$ का मान है–

(1) π^2 (2) $2\pi^2$ (3) $3\pi^2$ (4) $4\pi^2$

Ans. **(1)**

Sol. $\int_0^{\pi}\frac{x\sin^8 x}{\sin^8 x+\cos^8 x}+\frac{(2\pi-x)\sin^8 x}{\sin^8 x+\cos^8 x}dx$

$= \int_0^{\pi}\frac{2\pi\sin^8 x}{\sin^8 x+\cos^8 x}dx$

$= 2\pi\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^8 x}{\sin^8 x+\cos^8 x}+\frac{\cos^8 x}{\sin^8 x+\cos^8 x}dx$

$= 2\pi\int_0^{\pi/2}1\,dx = 2\pi\times\frac{\pi}{2} = \pi^2$

8. If $f(x) = a + bx + cx^2$ where $a, b, c \in R$ then $\int_0^1 f(x)dx$ is

यदि $f(x) = a + bx + cx^2$ जहां $a, b, c \in R$ तब $\int_0^1 f(x)dx$ बराबर है

(1) $\frac{1}{3}\left(f(1)+f(0)+2f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

(2) $\frac{1}{6}\left(f(1)+f(0)+4f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

(3) $\frac{1}{6}\left(f(1)+f(0)-4f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

(4) $\frac{1}{6}\left(f(1)-f(0)-4f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

Ans. (2)

Sol. $\int_0^1 (a+bx+cx^2)dx = ax + \frac{bx^2}{2} + \frac{cx^3}{3}\Big|_0^1 = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$

$f(1) = a + b + c$

$f(0) = a$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = a + \frac{b}{2} + \frac{C}{4}$

Now $\frac{1}{6}\left(f(1)+f(0)+4f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

$= \frac{1}{6}\left(a+b+c+a+4\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{4}\right)\right)$

$= \frac{1}{6}(6a+3b+2c) = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$

9. If number of 5 digit numbers which can be formed without repeating any digit while tenth place of all of the numbers must be 2 is 336 k find value of k

बिना किसी अंक की पुनरावृत्ति के बनने वाले 5 अंको की संख्याओं की संख्या जबकि दहाई के स्थान पर सभी संख्याओं में 2 आता हो 336 k है तो k का मान है–

(1) 8 (2) 7 (3) 6 (4) 5

Ans. **(1)**

Sol.

			2	

Number of numbers संख्याओं की संख्या $= 8 \times 8 \times 7 \times 6 = 2688 = 336k \Rightarrow k = 8$

10. A (3,–1), B(1,3), C(2,4) are vertices of ΔABC if D is centroid of ΔABC and P is point of intersection of lines x + 3y – 1 = 0 and 3x – y + 1 = 0 then which of the following points lies on line joining D and P

त्रिभुज ABC के शीर्ष A (3,–1), B(1,3), C(2,4) है यदि D त्रिभुज ABC का केन्द्रक है तथा P रेखाओं x + 3y – 1 = 0 तथा 3x – y + 1 = 0 का प्रतिच्छेद बिन्दु है तो निम्न में से कौनसा बिन्दु D तथा P को जोड़ने वाली रेखा पर स्थित है–

(1) (–9,–7) (2*) (–9,–6) (3) (9,6) (4) (9,–6)

Ans. (2)

Sol. D (2,2)

Point of intersection P $\left(-\frac{1}{5},\frac{2}{5}\right)$

equation of line DP

8x – 11y + 6 = 0

Sol. D (2,2)

प्रतिच्छेद बिन्दु P $\left(-\frac{1}{5},\frac{2}{5}\right)$

रेखा DP का समीकरण

8x – 11y + 6 = 0

11. If f(x) is twice differentiable and continuous function in x $\in$ [a,b] also f'(x) > 0 and f ''(x) < 0 and c $\in$ (a,b) then $\frac{f(c)-f(a)}{f(b)-f(c)}$ is greater than

यदि f(x) दो बार अवकलनीय तथा सतत् फलन है तथा x $\in$ [a,b] तथा f'(x) > 0, f ''(x) < 0 तथा c $\in$ (a,b) तो $\frac{f(c)-f(a)}{f(b)-f(c)}$ जिससे बड़ा है, वह है–

(1) $\frac{b-c}{c-a}$ (2) 1 (3) $\frac{a+b}{b-c}$ (4) $\frac{c-a}{b-c}$

Ans. (4)

Sol. Lets use LMVT for x $\in$ [a,c]

$\frac{f(c)-f(a)}{c-a} = f'(\alpha)$, $\alpha \in$ (a,c)

also use LMVT for x $\in$ [c,b]

$\frac{f(b)-f(c)}{b-c} = f'(\beta)$, $\beta \in$ (c,b)

$\because$ f ''(x) < 0 $\Rightarrow$ f '(x) is decreasing

f '(α) > f '(β)

$\frac{f(c)-f(a)}{c-a} > \frac{f(b)-f(c)}{b-c}$

$\frac{f(c)-f(a)}{f(b)-f(c)} > \frac{c-a}{b-c}$ ($\because$ f(x) is increasing)

H_Sol. LMVT का उपयोग करने पर $x \in [a,c]$ के लिये

$$\frac{f(c)-f(a)}{c-a} = f'(\alpha)\ ,\ \alpha \in (a,c)$$

LMVT का उपयोग करने पर $x \in [c,b]$ के लिये

$$\frac{f(b)-f(c)}{b-c} = f'(\beta)\ ,\ \beta \in (c,b)$$

$\because f''(x) < 0 \Rightarrow f'(x)$ ह्रासमान है

$f'(\alpha) > f'(\beta)$

$$\frac{f(c)-f(a)}{c-a} > \frac{f(b)-f(c)}{b-c}$$

$$\frac{f(c)-f(a)}{f(b)-f(c)} > \frac{c-a}{b-c}$$ ($\because$ f(x) वर्धमान है)

12. If plane

$x + 4y - 2z = 1$

$x + 7y - 5z = \beta$

$x + 5y + \alpha z = 5$

intersects in a line (R × R × R) then $\alpha + \beta$ is equal to

यदि समतल

$x + 4y - 2z = 1$

$x + 7y - 5z = \beta$

$x + 5y + \alpha z = 5$

एक रेखा में (R × R × R) तो $\alpha + \beta$ बराबर है–

(1) 0 (2) 10 (3) – 10 (4) 2

Ans. **(2)**

Sol. $\Delta = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 1 & 7 & -5 \\ 1 & 5 & \alpha \end{vmatrix} = 0$

$(7\alpha + 25) - (4\alpha + 10) + (-20 + 14) = 0$

$3\alpha + 9 = 0 \Rightarrow \alpha = -3$

Also तथा $D_z = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & \beta \\ 1 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 0$

$1(35 - 5\beta) - (15) + 1\ (4\beta - 7) = 0$

$\beta = 13$

13. For observations x_i given $\sum_{i=1}^{10}(x_i-5)=10$ and $\sum_{i=1}^{10}(x_i-5)^2=40$. If mean and variance of observations $(x_1-3), (x_2-3)$ ………$(x_{10}-3)$ is λ & μ respectively then ordered pair (λ, μ) is

आंकड़ों x_i के लिये दिया है कि $\sum_{i=1}^{10}(x_i-5)=10$ तथा $\sum_{i=1}^{10}(x_i-5)^2=40$ यदि आंकड़ों $(x_1-3), (x_2-3)$ ………$(x_{10}-3)$ का माध्य λ तथा चरिता μ है तो क्रमित युग्म (λ, μ) है–

(1) (3, 3) (2) (1, 3) (3) (3, 1) (4) (1, 1)

Ans. **(1)**

Sol. Mean माध्य $(x_i - 5) = \frac{\Sigma(x_i-5)}{10} = 1$

$\therefore$ λ = {Mean माध्य $(x_i - 5)$} + 2 = 3

μ = var चरिता $(x_i - 5)$ = $\frac{\Sigma(x_i-5)^2}{10} - \frac{\Sigma(x_i-5)}{10} = 3$

14. In a bag there are 20 cards 10 names A and another 10 names B. Cards are drawn randomly one by one with replacement then find probability that second A comes before third B.

एक थैले में 20 पत्ते है जिनमें से 10 पर A तथा 10 पर B अंकित है यदि पत्तों को एक–एक कर पुनर्रावृत्ति के साथ निकाला जाता है तो तीसरे B से पहले दूसरा A प्राप्त होने की प्रायिकता है–

(1) $\frac{13}{16}$ (2) $\frac{11}{16}$ (3) $\frac{7}{16}$ (4) $\frac{9}{16}$

Ans. **(2)**

Sol. AA + ABA + BAA + ABBA + BBAA + BABA

$= \frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{11}{16}$

15. The negation of '$\sqrt{5}$ is an integer or 5 is an irrational number' is

(1) $\sqrt{5}$ is an integer and 5 is not an irrational Number

(2) $\sqrt{5}$ is not an integer and 5 is an irrational Number

(3) $\sqrt{5}$ is not an integer or 5 is not an irrational Number

(4) $\sqrt{5}$ is not an integer and 5 is not an irrational Number

'$\sqrt{5}$ एक पूर्णाक है या 5 एक अपरिमेय संख्या है' का नकारात्मक कथन है–

(1) $\sqrt{5}$ एक पूर्णाक है तथा 5 एक अपरिमेय संख्या नहीं है

(2) $\sqrt{5}$ एक पूर्णाक नहीं है तथा 5 एक अपरिमेय संख्या है

(3) $\sqrt{5}$ एक पूर्णाक नहीं है या 5 एक अपरिमेय संख्या नहीं है

(4) $\sqrt{5}$ एक पूर्णाक नहीं है तथा 5 एक अपरिमेय संख्या नहीं है

Ans. **(4)**

Sol. $\sqrt{5}$ is not an integer and 5 is not an irrational Number $\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$

$\sqrt{5}$ एक पूर्णाक नहीं है तथा 5 एक अपरिमेय संख्या नहीं है $\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$

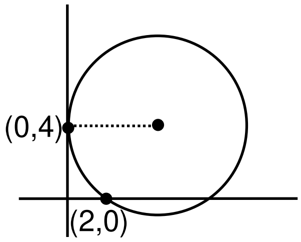
16. If a circle touches y-axis at (0, 4) and passes through (2, 0) then which of the following can not be the tangent to the circle

एक वृत्त y-अक्ष को (0, 4) पर स्पर्श करता है तथा (2, 0) से गुजरता है तो निम्न में से कौनसी रेखा वृत्त की स्पर्श रेखा नहीं है–

(1) $3x + 4y - 6 = 0$ (2) $3x + 4y - 24 = 0$ (3) $4x - 3y - 17 = 0$ (4) $4x + 3y - 6 = 0$

Ans. **(1)**

Sol.



equation of family of circle वृत्त निकाय का समीकरण

$(x - 0)^2 + (y - 4)^2 + \lambda x = 0$

$\Rightarrow$ passes गुजरता है (2, 0)

$4 + 16 + 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -10$

$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 16 = 0$

centre केन्द्र (5, 4). $R = \sqrt{25+16-16} = 5$

Check the options. विकल्पों की जाँच करें।

17. If $f'(x) = \tan^{-1}(\sec x + \tan x)$, $x \in \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ and $f(0) = 0$ then the value of $f(1)$ is

यदि $f'(x) = \tan^{-1}(\sec x + \tan x)$, $x \in \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ तथा $f(0) = 0$ तो $f(1)$ का मान है–

(1) $\frac{\pi+1}{4}$ (2) $\frac{\pi-1}{4}$ (3) $\frac{\pi+1}{2}$ (4) 0

Ans. **(1)**

Sol. $f'(x) = \tan^{-1}(\sec x + \tan x) = \tan^{-1}\left(\frac{1+\sin x}{\cos x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\right) = \frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}$

$(f'(x))dx = \frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}dx$

$f(x) = \frac{\pi}{4}x + \frac{x^2}{4} + c$

$f(0) = c = 0 \Rightarrow \quad f(x) = \frac{\pi}{4}x + \frac{x^2}{4}$

So $f(1) = \frac{\pi+1}{4}$

18. A sphere of 10cm radius has a uniform thickness of ice around it. Ice is melting at rate $50cm^3$/min when thickness is 5cm then rate of change of thickness

एक गोले की त्रिज्या 10 सेमी है जिस पर समान मोटाई की बर्फ की परत है। बर्फ 50 सेमी^{3}/मिनट की दर से पिघल रही है तो बर्फ की मोटाई में परिवर्तन की दर जब मोटाई 5 सेमी है, होगी–

(1) $\frac{1}{36\pi}$ (2) $\frac{1}{18\pi}$ (3) $\frac{1}{9\pi}$ (4) $\frac{1}{12\pi}$

Ans. (2)

Sol. Let thickness माना मोटाई = x cm

Total volume कुल आयतन $v = \frac{4}{3}\pi(10 + x)^3$

$\frac{dv}{dt} = 4\pi\,(10 + x)^2\,\frac{dx}{dt}$ ....(i)

Given दिया है $\frac{dv}{dt} = 50cm^3/min$

At x = 5cm

$50 = 4\pi\,(10 + 5)^2\,\frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{18\pi}$ cm/min

19. Find number of real roots of equation $e^{4x} + e^{3x} - 4e^{2x} + e^x + 1 = 0$ is

समीकरण $e^{4x} + e^{3x} - 4e^{2x} + e^x + 1 = 0$ के वास्तविक हलों की संख्या है–

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

Ans. (1)

Sol. Let $e^x = t \in (0, \infty)$

Given equation दी गई समीकरण

$t^4 + t^3 - 4t^2 + t + 1 = 0$

$t^2 + t - 4 + \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} = 0$

$\left(t^2 + \frac{1}{t^2}\right) + \left(t + \frac{1}{t}\right) - 4 = 0$

Let $t + \frac{1}{t} = \alpha$

$(\alpha^2 - 2) + \alpha - 4 = 0$

$\alpha^2 + \alpha - 6 = 0$

$\alpha^2 + \alpha - 6 = 0$

$\alpha = -3, 2 \Rightarrow \alpha = 2 \Rightarrow e^x + e^{-x} = 2$

x = 0 only solution

20. If A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, B = adj(A) and C = 3A then $\frac{|adj B|}{|C|}$ is

यदि A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, B = adj(A) तथा C = 3A तब $\frac{|adj B|}{|C|}$ बराबर है–

(1) 8 (2) 4 (3) 2 (4) 16

Ans. **(1)**

Sol. $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = ((9+4) - 1(3-4) + 2(-1-3))$

$= 13 + 1 - 8 = 6$

$|\text{adj}B| = |\text{adjadj}A| = |A|^{(n-1)^2} = |A|^4 = (36)^2$

$|C| = |BA| = 3^3 \times 6$

$\frac{|adj B|}{|C|} = \frac{36 \times 36}{3^3 \times 6} = 8$

SECTION – 2

- This section contains **FIVE (05)** questions. The answer to each question is **NUMERICAL VALUE** with two digit integer and decimal upto one digit.
- If the numerical value has more than two decimal places **truncate/round-off** the value upto **TWO** decimal places.
  - Full Marks : **+4** If ONLY the correct option is chosen.
  - Zero Marks : **0** In all other cases

खंड 2

- इस खंड में **पाँच (05)** प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान **(NUMERICAL VALUE)** हैं, जो द्वि–अंकीय पूर्णांक तथा दशमलव एकल–अंकन में है।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान है , तो संख्यात्मक मान को दशमलव के दो स्थानों तक **ट्रंकेट/राउंड ऑफ (truncate/round-off)** करें।
- अंकन योजना :
  - पूर्ण अंक : **+4** यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
  - शून्य अंक : **0** अन्य सभी परिस्थितियों में।

21. $(1+x)\frac{dy}{dx} = \left((1+x)^2 + (y-3)\right)$, If y(2) = 0 then y(3) =?

$(1+x)\frac{dy}{dx} = \left((1+x)^2 + (y-3)\right)$, यदि y(2) = 0 तो y(3) =?

Ans. **3**

Sol. $\frac{dy}{dx} = (1+x) + \left(\frac{y-3}{1+x}\right)$

$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{(1+x)}y = (1+x) - \frac{3}{(1+x)}$

I.F. = $e^{-\int \frac{1}{(1+x)}dx} = \frac{1}{(1+x)}$

$\therefore \frac{d}{dx}\left(\frac{y}{1+x}\right) = 1 - \frac{3}{(1+x)^2}$

$\frac{y}{1+x} = x + 3(1+x)^{-1} + c$

y = (1+x) $\left[x + \frac{3}{(1+x)} + c\right]$

$\therefore$ at x = 2, y = 0

$\therefore$ 0 = 3 (2+1+c) $\Rightarrow$ c = –3

$\therefore$ at x = 3 , y = 3

22. f(x) = $\begin{cases} \frac{\sin(a+2)x + \sin x}{x}; & x < 0 \\ b; & x = 0 \\ \frac{(x+3x^2)^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}; & x > 0 \end{cases}$

Function is continuous at x = 0, find a + 2b.

f(x) = $\begin{cases} \frac{\sin(a+2)x + \sin x}{x}; & x < 0 \\ b; & x = 0 \\ \frac{(x+3x^2)^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}; & x > 0 \end{cases}$

फलन x = 0 पर सतत् है तो a + 2b का मान है–

Ans. 0

Sol. LHL = a + 3

f(0) = b

RHL = $\lim_{h \to 0}\left(\frac{(1+3h)^{\frac{1}{3}} - 1}{h}\right) = 1$

$\therefore$ a = –2

b = 1

$\therefore$ a + 2b = 0

23. Find the coefficient of x^4 in $(1 + x + x^2)^{10}$

$(1 + x + x^2)^{10}$ में x^4 का गुणांक है–

Ans. 615

Sol. General term महत्तम पद $\frac{10!}{\alpha!\beta!\gamma!}\ x^{\beta+2\gamma}$

for coefficient of x^4 का गुणांक $\Rightarrow \beta + 2\gamma = 4$

$\gamma = 0, \beta = 4, \alpha = 6 \quad \Rightarrow \quad \frac{10!}{6!4!0!} = 210$

$\gamma = 1, \beta = 2, \alpha = 7 \quad \Rightarrow \quad \frac{10!}{7!2!1!} = 360$

$\gamma = 2, \beta = 0, \alpha = 8 \quad \Rightarrow \quad \frac{10!}{8!0!2!} = 45$

Total कुल= 615

24. If $\vec{P} = (a+1)\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k}$

$\vec{Q} = a\hat{i} + (a+1)\hat{j} + a\hat{k}$

$\vec{R} = a\hat{i} + a\hat{j} + (a+1)\hat{k}$

and $\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{R}$ are coplanar vectors and $3(\vec{P}.\vec{Q})^2 - \lambda\left|\vec{R}\times\vec{Q}\right|^2 = 0$ then value of λ is

यदि $\vec{P} = (a+1)\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k}$

$\vec{Q} = a\hat{i} + (a+1)\hat{j} + a\hat{k}$

$\vec{R} = a\hat{i} + a\hat{j} + (a+1)\hat{k}$

तथा $\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{R}$ समतलीय सदिश हैं तथा $3(\vec{P}.\vec{Q})^2 - \lambda\left|\vec{R}\times\vec{Q}\right|^2 = 0$ तो λ का मान ज्ञात करो–

Ans. 1

Sol. $\begin{vmatrix} a+1 & a & a \\ a & a+1 & a \\ a & a & a+1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a + 1 + a + a = 0 \quad \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$

$\vec{P} = \frac{2}{3}\hat{i} - \frac{1}{3}\hat{j} - \frac{1}{3}\hat{k}$

$\vec{Q} = \frac{1}{3}(-\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$

$\vec{R} = \frac{1}{3}(-\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$

$\vec{P}.\vec{Q} = \frac{1}{9}(-2 - 2 + 1) = -\frac{1}{3}$

$\vec{R} \times \vec{Q} = \frac{1}{9}\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{9}(i(4-1) - j(-2-1) + k(1+2))$

$= \frac{1}{9}(3i + 3j + 3k) = \frac{i+j+k}{3}$

$\left|\vec{R}\times\vec{Q}\right| = \frac{1}{3}\sqrt{3} \Rightarrow \left|\vec{R}\times\vec{Q}\right|^2 = \frac{1}{3}$

$3(\vec{P}.\vec{Q})^2 - \lambda\left|\vec{R}\times\vec{Q}\right|^2 = 0$

$3.\ \frac{1}{9} - \lambda.\frac{1}{3} = 0 \Rightarrow \lambda = 1$

25. If points A (2, 4, 0), B(3, 1, 8), C(3, 1, –3), D(7, –3, 4) are four points then projection of line segment AB on line CD.

यदि चार बिन्दु A(2, 4, 0), B(3, 1, 8), C(3, 1, –3), D(7, –3, 4) है तो रेखाखण्ड AB का रेखा CD पर प्रक्षेप होगा–

Ans. **8**

Sol. $\overrightarrow{AB} = (\hat{i}) - (3\hat{j}) + 8\hat{k}$

$\overrightarrow{CD} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$

$(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}) = \frac{4+12+56}{\sqrt{16+16+49}} = \frac{72}{9} = 8$